Aufgabe 36. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

1. $10000 \log n$ ist $O(n)$
2. $2n$ ist $O(n)$
3. $n\sqrt{n}$ ist $O(n)$
4. für alle $\varepsilon > 0$ und für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt $\mathrm{e}^{\varepsilon n}$ ist $O(n^k)$
5. 100^n ist $O(10^n)$

Aufgabe 37. Sei $L = \left\{1^n 0 1^m \,\middle|\, m, n \in \mathbb{N} \wedge n > 0 \wedge m = n^2\right\}$. Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer Turingmaschine, die L akzeptiert.

Aufgabe 38. Skizzieren Sie einen Algorithmus zur Berechnung von x^n ($x \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{N}$) und analysieren Sie seine Zeitkomplexität unter der Annahme, dass die elementaren Operationen auf $\mathbb{Q}$ (Addition, Multiplikation, Vergleich, etc.) konstante Zeit benötigen.
Der Algorithmus soll eine bessere Komplexität als der triviale Algorithmus aufweisen, der $n-1$ Multiplikationen von x ausführt. (Hinweis: x^8 ist mit drei Multiplikationen berechenbar.)

Aufgabe 39. Beweisen Sie: Seien $f(n)$ und $g(n)$ von der Ordnung $O(n)$. Dann gilt:

1. $(f+g)(n)$ ist von der Ordnung $O(n)$;
2. $(f \cdot g)(n)$ ist von der Ordnung $O(n^2)$.

Zeigen oder widerlegen Sie: Falls $g(n)$ von der Ordnung $O(f(n))$ ist, ist auch $2^{g(n)}$ von der Ordnung $O(2^{f(n)})$.

Aufgabe 40. Bestimmen Sie die Anzahl der Multiplikationen, die benötigt werden, um die Polynome

$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 \text{ und } b_1x^2 + b_2x + b_3$$

mit der klassischen und mit der Karatsuba Methode zu multiplizieren.