Aufgabe 11. Gegeben seien folgende reguläre Ausdrücke.

$$\begin{aligned}
r_1 &= ((a^* + b)^* + (c^+ a)^+)b^3 \\
r_2 &= ((a + b^*)^* + (c^+ a)^+)b^3 \\
r_3 &= ((a + b) + (c^+ a)^+)b^3 \\
r_4 &= ((a + b) + (ca)^+)b^* \\
r_5 &= (ca)^* b^3
\end{aligned}$$

Welche Mengenbeziehung besteht zwischen den folgenden Sprachen?

1. $L(r_1)$ und $L(r_2)$,
2. $L(r_1)$ und $L(r_3)$,
3. $L(r_2)$ und $L(r_4)$,
4. $L(r_3)$ und $L(r_4)$,
5. $L(r_1)$ und $L(r_5)$?

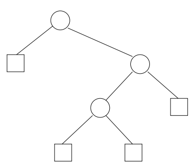
Aufgabe 12. Wir nennen eine Zahl n-*sauber*, wenn sie nur aus den Ziffern $1, \ldots, n$ besteht und keine unmittelbar aufeinanderfolgende Ziffern gleich sind. Geben Sie einen endlichen Automaten an, der genau die 3-sauberen Zahlen akzeptiert.
Herausforderung: Finden Sie einen regulären Ausdruck für eine 3-saubere (bzw. n-saubere) Zahl. (Hinweis: Konstruieren Sie den Ausdruck rekursiv.)

Aufgabe 13. Betrachten Sie die Sprache

$$L = \left\{ a \in \{0,1\}^* \,\middle|\, \exists b, c \in \{0,1\}^* : a = 10b \wedge a = c10 \right\}$$

über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der L akzeptiert. Hinweis: Beachten Sie, daß $10 \in L$.

Aufgabe 14. Binärbäume können auf einfache Weise als Zeichenketten codiert werden, indem man die Codierungsfunktion C zuerst auf die Wurzel, dann auf den linken und anschließend auf den rechten Teilbaum anwendet. Die resultierenden Zeichenketten werden konkateniert. Die Funktion C ordnet einem inneren Knoten das Symbol $\bigcirc$ und einem äußeren Knoten (also einem Blatt) das Symbol $\Box$ zu. Dies entspricht einem Durchlaufen des Baumes gegen den Uhrzeigersinn. Beispiel:



wird als $\bigcirc\Box\bigcirc\bigcirc\Box\Box\Box$ codiert. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{C(T) \mid T \text{ ist ein Binärbaum}\}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Machen Sie sich klar, dass Binärbäume genau einen äußeren Knoten mehr als innere Knoten haben (dies kann man z.B. mit vollständiger Induktion zeigen, siehe auch Aufgabe 4).

Aufgabe 15. Geben Sie den Überführungsgraphen eines nicht-deterministischen Automaten an, der die Menge von Zeichenketten über {a,b} akzeptiert, bei denen wenigstens zwei a's durch eine gerade Anzahl $2n$ ($n \in \mathbb{N}$) von Zeichen getrennt sind. Ist diese Sprache regulär? Geben Sie gegebenenfalls einen zugehörigen regulären Ausdruck an.